

Avaliação para Bolsa de Pós-Graduação PPG-EM/UERJ- 2016.1

1- Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o operador linear definido por $T(x,y) = (5x - 6y, -2x - 3y)$.
Encontrar uma base na qual a matriz que representa T é diagonal. Qual é a matriz que representa o operador nessa base?

2 – Considere a região plana S_1 , definida por

$$S_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / e^{-x} \leq y \leq e^x, 0 \leq x \leq 2\}.$$

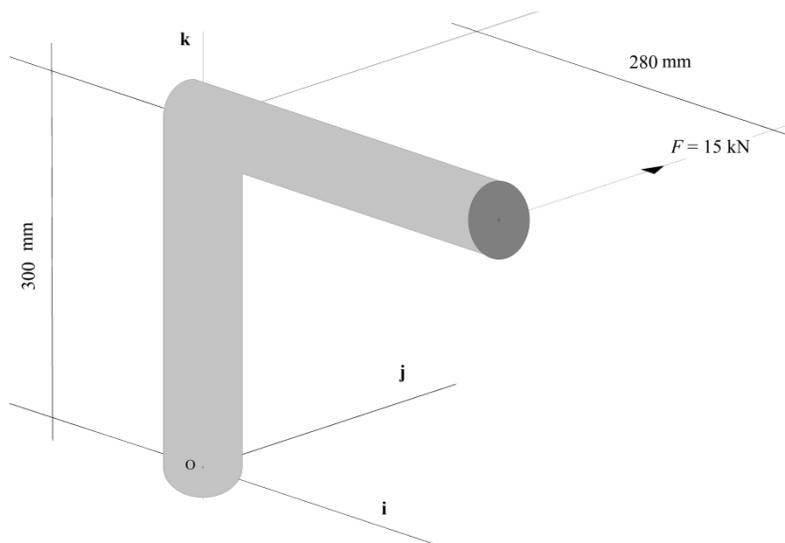
(a) Faça um esboço de S.

(b) Calcule a área da região S.

(c) Calcule a área da região plana S_2 , definida por

$$S_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq e^x, 0 \leq x \leq 2, (x-1)^2 + y^2 \geq 1\}.$$

3- O momento de uma força em relação a um ponto **O** é dado pelo produto vetorial do vetor posição de qualquer ponto da linha de ação da força em relação a **O**. Sendo assim, encontre o **VETOR** momento da força indicada em relação à origem.



4 – Seja a temperatura, T , no ponto (x,y,z) dada por $T(x,y,z) = 100 / (x^2 + y^2 + z^2)$

(a) Determine a taxa de variação de T no ponto $P(1,3,-2)$ na direção do vetor

$$\mathbf{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

(b) Em que direção, a partir de P , T aumenta mais rapidamente? Qual a taxa máxima de variação de T em P ?

5 - Considere a seguinte equação diferencial ordinária de segunda ordem:

$$x^2 \frac{d^2 y(x)}{dx^2} + x \frac{dy(x)}{dx} - b^2 y(x) = g$$

Esta equação é conhecida também como um caso particular da equação de Euler-Cauchy de segunda ordem.

(a) Encontre a solução geral da equação para o caso homogêneo $g = 0$.

(b) Encontre a solução geral da equação para o caso não homogêneo onde g é uma constante.

(c) Encontre a solução da letra (b) sabendo que $y'(1) = 0$ e $y(1) = 0$