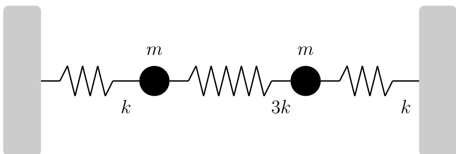
Avaliação para Bolsa de Pós-Graduação
PPG-EM/UERJ- 2016.2

1 – Considere o plano π definido pela equação cartesiana $z = 3x - 5y + 3$.

(a) Qual o ponto deste plano que tem todas as coordenadas iguais?
(b) Calcule a distância do ponto encontrado no item anterior à reta r, que passa pelo ponto $(-3, -2, 0)$ e tem vetor diretor $\mathbf{v} = (1, 1, 3)$.

2 – A figura abaixo ilustra um sistema mecânico constituído de duas partículas (cada uma com massa m) e três molas (coeficientes de rigidez k, 3k e k, conforme figura). A mola da direita tem sua extremidade direita fixa na parede direita e a extremidade esquerda ligada à partícula da direita. Na mola da esquerda, ocorre o oposto, conforme pode ser visto na figura. A mola do meio tem suas duas extremidades fixadas nas partículas, que só podem se movimentar horizontalmente. Nesse sistema mecânico, quando os deslocamentos horizontais das massas são nulos, não existe força atuando nas molas. Encontre as frequências naturais e os modos de vibração do sistema.



3 – Seja o operador algébrico linear M, representado, em uma base de vetores ortonormais pela matriz

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$$

e X**,** o vetor cujas coordenadas são, na mesma base, (2;3). Determinar as coordenadas desse vetor na base dos autovetores de M.

4 - Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x + 2y = \beta \\ \alpha x + y = 1 \end{cases}$$

cujas incógnitas são x e y. Para quais valores de α e β o sistema tem:

(a) uma solução
(b) infinitas soluções
(c) nenhuma solução

Nos casos em que o sistema tem solução, explicite-as.

5) Sabe-se que a equação da condução de calor em um sólido isotrópico é dada por:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + g$$

onde T é a temperatura, g é a geração de calor, ρ é a massa específica, c é o calor específico e $\mathbf{q}$ é o fluxo de calor dado pela lei de Fourier:

$$\mathbf{q} = -k\nabla T$$

onde k é a condutividade térmica.

(a) Escreva a equação da condução de calor em coordenadas cartesianas em três dimensões (x, y e z) substituindo a lei de Fourier.

Considere, agora, uma parede (1D) isotrópica de dimensão L onde ocorre condução de calor na direção x e em regime permanente. A condutividade térmica da parede varia com a temperatura T de maneira que $k = AT + B$ onde A e B são constantes positivas conhecidas. Sabe-se que as temperaturas em $x = 0$ e $x = L$ são mantidas iguais a zero.

(b) Escreva a equação que rege o problema junto com as condições de contorno, simplificando a equação geral da condução e justificando.

(c) Determine a função para a variação da temperatura $T(x)$ na parede.

(d) Determine a função para a variação da fluxo de calor $\mathbf{q}(x)$ na parede.